

数学曲面理论在纸艺雕塑设计中的应用

□ 李秋月

摘要：数学曲面理论为多种学科提供了理论基础和解决问题的方法，特别是在纸艺雕塑设计中，该理论的应用极大地丰富了设计师的创作手段和表现力，使得作品不仅在视觉上呈现出了独特的美感，而且也在结构和形式上展现出了数学之美。文章主要探讨了数学曲面理论在纸艺雕塑设计中的应用，包括几何折纸艺术的创新应用、动态纸艺雕塑的互动性探索、纸艺雕塑结构优化设计的实用性提升 3 个方面。

关键词：数学曲面理论；纸艺雕塑设计；跨学科融合；艺术与科学

数学曲面理论强调，通过对曲面的数学描述和分类，精确地控制曲面的几何特性，包括曲率、连续性以及拓扑结构。纸艺雕塑是一种古老而又充满现代感的艺术形式，具有独特的质感和可塑性，为艺术家和设计师提供了广阔的创作空间。要想在纸艺雕塑设计中创设复杂的几何形态，还需要借助数学理论对设计进行精确描述和构造。其中，高斯-博内定理便被广泛应用于该领域。该定理具体为，对于一个紧致且可定向的二维曲面 S ，其高斯曲率 K 在整个面上的积分等于 2π 乘以该曲面的欧拉示性数 χ 。其数学表达式见式 (1)。

$$\int_S K dA = 2\pi \chi(S) \quad (1)$$

式中： $\int_S K dA$ 表示高斯曲率 K 在曲面 S 上的积分， dA 为面上的面积元素， $\chi(S)$ 为曲面的欧拉示性数，代表曲面的拓扑特性，如孔的数量。

这一定理揭示了曲面的局部几何属性与全局拓扑特性，为理解和应用复杂曲面提供了强有力的理论基础。在纸艺雕塑设计中利用这一数学原理，设计师可以创作出既美观又符合物理实用条件的作品，突破传统纸艺设计的局限。文章将围绕数学曲面理论在纸艺雕塑设计中的应用展开探讨，以了解该种跨学科融合是如何促进纸艺雕塑设计的创新和发展。

1 数学曲面理论的概述

1.1 数学曲面理论的内涵

在数学曲面理论中，曲面的分类、微分几何中的曲率分析以及曲面的拓扑性质十分重要。其中，曲面的分类依据其内在的几何和拓扑结构进行，可以分为简单的平面和曲面，如球面、圆柱面和更复杂的非欧几里得曲面等。对这些曲面进行研究可揭示其内在的数学性质和相互间的关系^[1]。微分几何主要研究曲面在某一点或某一区域的弯曲程度，即曲率。通过分析高斯曲率和平均曲率等参数，可揭示曲面局部几何形态的深刻性质，如高斯-博内定理便将曲面的局部几何

属性与全局拓扑特性关联，展示了数学曲面的内在美。

1.2 基本公式及其应用

数学曲面理论涉及多个基本公式，可帮助人们理解曲面的几何性质。其中，最核心的公式是高斯曲率 (K) 和平均曲率 (H)。 K 用以描述曲面在某点局部弯曲程度的量，并将其定义为该点处 2 个正交主曲率 (k_1 和 k_2) 的乘积，具体见式 (2)。

$$K = k_1 \cdot k_2 \quad (2)$$

式中： $k_1 \cdot k_2$ 为曲面在某点局部弯曲程度的量。

K 可以揭示曲面在某点的凹凸性质，正值意味着曲面在该点类似于球面（向外凸）；负值表明曲面在该点类似于马鞍面，即一个方向凸、另一个方向凹；零值则表示该点处的曲面类似于平面或圆柱面。

H 是曲面在某点处的 2 个主曲率的算术平均，具体如式 (3) 所示。

$$H = (k_1 + k_2) / 2 \quad (3)$$

式中：一组相互垂直的正交曲率可被表示为 k_1 、 k_2 。

这一公式反映了曲面在某点的平均弯曲程度。对于最小化曲面（如肥皂泡）而言， H 在整个面上都为 0。

对 K 和 H 的深入分析可揭示曲面的内在性质和几何直观，不仅可以促进微分几何和拓扑学等纯数学研究的发展，而且也作为曲面在计算机图形学、机械设计和建筑学等领域的应用提供了强大的理论工具。利用这些公式，可以设计出具有特定几何性质的曲面，提升纸艺雕塑的设计效果。

2 纸艺雕塑设计概述

2.1 纸艺雕塑的设计原则

在结构设计上，纸艺雕塑的结构设计要求艺术家要深谙纸张的物理性质与力学特征，巧妙地利用纸张的可塑性与轻盈性，通过折叠、剪裁、层叠等手法构建出既稳固又富有动感的三维形态。在美学设计上，纸艺雕塑的美学设计要求艺术家能够通过纸张本身纹理的利用与改造以及对光影变化的敏感捕捉，赋予纸艺雕塑独特的视觉与触感体验^[2]。纸张作为一种带

有自然质感的材料，其表面的纹理与颜色能够呈现出丰富的视觉效果。可以通过对纸张进行染色、烫金、压纹等处理，创造出独一无二的纸艺作品；也可以通过光线进行捕捉与反射，增强纸艺雕塑的艺术表现力。

2.2 纸艺雕塑的制作技术

纸艺雕塑的制作技术包含折纸艺术、纸切技艺等。其中，折纸艺术是纸艺雕塑中经典的技术之一，只需对纸张进行折叠就可创造出形态各异的三维作品。这一技艺要求艺术家不仅要具备丰富的空间想象力，更需精通各种折纸技巧，如山折、谷折、反折等折纸技法组合，以构建复杂图案和结构。纸切技艺则是通过刀刃在纸张上的巧妙切割来创造精美细腻的图案。与折纸艺术相比，纸切技艺注重对纸张切割线条的控制与布局，要求艺术家要具备高超的设计能力和精准的操作技巧。

3 数学曲面理论在纸艺雕塑设计中的应用

3.1 几何折纸艺术的创新应用

借助数学曲面理论，设计师能够将复杂的几何形态，如多面体、螺旋体等，以平面纸张为媒介进行精确构造。在此过程中，数学曲面理论为设计师提供了严谨的几何参数和变换规则，使其能够预先计算并设计出纸张的折叠路径和结构布局。数学曲面理论在折纸艺术中的应用也体现在作品的动态性与互动性上。设计师可利用数学模型来预测纸张在折叠过程中的行为，并依据前川定理 (Maekawa Theorem) 来进行折纸。这一定理表明，对于一个平坦的可折叠顶点，经过该点的山折 (凸折痕) 和谷折 (凹折痕) 的总数必须相差 2。这一定理可以帮助设计师理解在特定顶点周围折叠纸张的可能性和限制性。此外，还可以利用川崎定理 (Kawasaki Theorem) 来计算。这一定理指出，对于任何平坦可折叠顶点，相邻折痕间的角度之和必须满足特定的等式，即任何顶点处，相邻 2 个折痕间角度的交替求和必须为 360° 。这一定理使设计师能够准确计算和规划出顶点处折痕的布局，以设计出可以变形或展现不同视觉效果动态折纸艺术作品。

3.2 动态纸艺雕塑的互动性探索

数学曲面理论，如 K ，可以指导纸艺雕塑的形态设计，使之能够通过纸张本身的折叠、弯曲等方式，实现艺术作品形态的动态变化。在具体设计中，设计师可以利用模块化折纸技术创建出既有美感又具动态性的复杂几何结构。这些结构能够在外力作用下展现

出预设的变形效果，如自动展开、旋转或变换形状等，呈现出令人难以置信的动态美学。同时，动态纸艺雕塑互动性的实现需要利用集成传感器、微型马达等电子元件。这些电子原件能够让动态纸艺雕塑感应到观众的接近、触摸，甚至声音，进而触发预设的动态反应，如形态变化、颜色变幻等。

3.3 结构优化设计的实用性提升

在纸艺雕塑的结构设计中，设计师借助最小曲面理论模型精确计算出了制作纸艺雕塑所需材料的最优布局和切割路径，减少了对材料的浪费，确保了纸艺雕塑的每一部分都能保持美观。数学曲面理论在结构优化设计中的应用也大大增强了纸艺雕塑结构的稳定性和耐久性^[3]。设计师可以利用 K ，也可以利用 H 来开展设计。曲面弯曲原理具体公式 (4)。

$$\kappa^2 = \kappa_g^2 + \kappa_n^2 \quad (4)$$

式中： κ 为曲线本身的曲率。

通过这一原理，设计师可以精确控制纸材料的弯曲程度和方向，优化纸艺雕塑的支撑结构，使其在收到外力冲击时能够均匀地分散压力，提高整体稳定性和抗变形能力。此外，数学曲面理论的应用还可以促使设计师探索新型的连接方式和结构形态，如通过计算来确定最佳连接点的位置和连接角度，以进一步增强纸艺雕塑的整体稳定性和耐用性，延长艺术作品的展示寿命。

4 结语

文章重点探讨了数学曲面理论在纸艺雕塑设计中的应用，强调了数学曲面理论的重要性和应用潜力，以帮助设计师更自由地探索和实现创意想法。随着技术的进步和创新方法的发展，数学曲面理论在艺术和设计领域的应用将更加广泛，不仅限于纸艺雕塑，还将拓展到更多的艺术形式和设计实践中。

参考文献

- [1]姜潇硕.纸艺元素在文化创意产品设计中的应用[J].中国造纸, 2022,41(10):134.
- [2]张浩,王楠.衍纸艺术应用设计研究[J].现代装饰(理论),2015(10):87.
- [3]菅锐,龚航可.纸艺雕塑装饰设计调研浅析[J].科技经济市场, 2015(7):141.

(作者单位：江西科技学院理学教学部)